

**Жежера Н.И.<sup>1</sup>, Тюков Н.И.<sup>2</sup>©**

<sup>1</sup>Профессор, доктор технических наук; <sup>2</sup>магистрант.  
Оренбургский государственный университет

## **ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ ШАХТНОЙ ПЕЧИ ОБЖИГА ИЗВЕСТНЯКА КАК ОБЪЕКТА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО РАЗРЕЖЕНИЮ ПЕЧНЫХ ГАЗОВ**

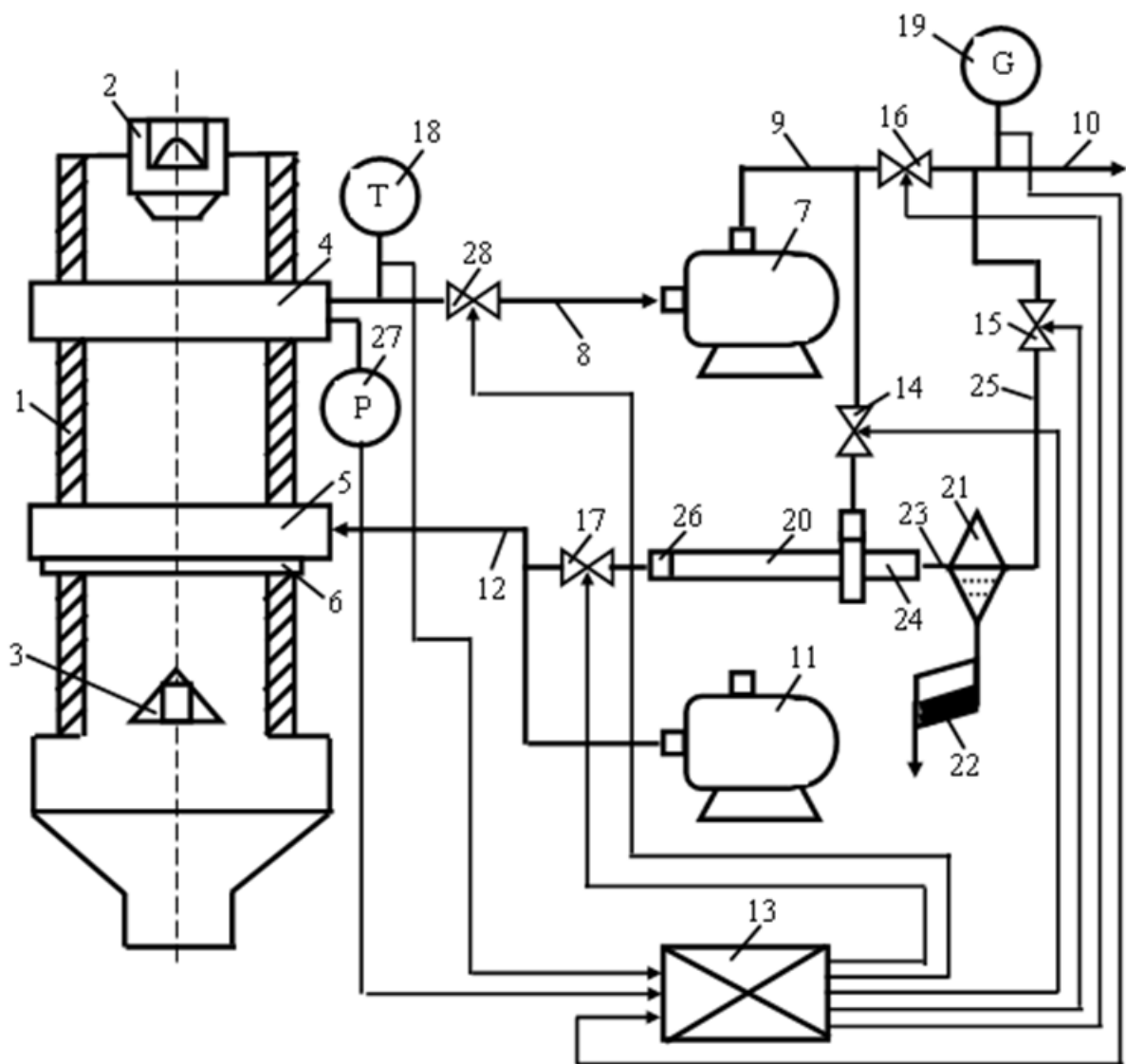
### *Аннотация*

*Разработано дифференциальное уравнение для шахтной печи обжига известняка как объекта автоматического управления по разрежению печных газов. Составленное дифференциальное уравнение устанавливает взаимосвязь между разрежением печных газов в шахтной печи для обжига известняка и массовым расходом и давлением воздуха, поступающего в шахтную печь на горение, расходом и давлением печных газов, выходящих через регулирующий клапан из шахтной печи. Дифференциальное уравнение преобразовано к операторному виду и определены типовые динамические звенья. На основе выделенных типовых динамических звеньев составлена структурная схема шахтной печи для обжига известняка как объекта автоматического управления по разрежению печных газов.*

**Ключевые слова:** вертикальная печь; обжиг известняка; печные газы; разрежение; давление; расход; дифференциальное уравнение; элементарные динамические звенья; объект управления; линеаризация; структурная схема.

**Keywords:** vertical kiln; calcination of the limestone; kiln gases; vacuum; pressure; flow rate; differential equations; elementary dynamic units; the object of control; linearization; dynamic schema.

На рисунке 1 изображена принципиальная схема шахтной печи для обжига известняка [1], используемая на сахарных заводах для получения извести и углекислого газа. Шахтная печь для обжига известняка состоит из шахты 1 цилиндрической формы с загрузочным устройством 2 в верхней его части и выгрузочным устройством 3 в нижней части.



**Рис. 1. Принципиальная схема шахтной печи для обжига известняка**

В горизонтальных сечениях шахты 1 печи размещены короб отсоса печных газов 4 и короб 5 для подачи воздуха в печь, установленный на фланце 6. Газовый насос 7 своим входным патрубком и трубопроводом 8 соединен с коробом отсоса печных газов 4. Нагнетательный патрубок насоса 7 трубопроводом 9 подключен к коллектору печных газов 10. Нагнетательный патрубок вентилятора 11 трубопроводом 12 соединен с коробом 5, а всасывающий патрубок - с калорифером (не показан).

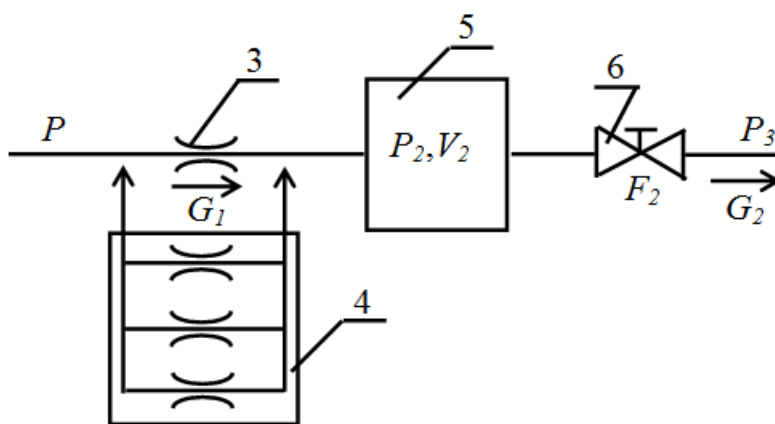
К блоку управления 13 подключены управляемые клапаны 14, 15, 16, 17, 28, а также датчики температуры 18, расхода 19 и разрежения 27. Вихревая труба 20 соединена через клапан 14 с трубопроводом 9, ее «холодный» конец 24 через клапан 15 подключен к коллектору печных газов 10, а «горячий» конец 26 через управляемый клапан 17 - к трубопроводу 12. Датчик 27 разрежения расположен на коробе 4 отсоса печных газов, регулирующий клапан 28 расположен на трубопроводе 8, соединенным с одной стороны с коробом отсоса печных газов 4, а с другой - с всасывающим патрубком 8 газового насоса 7 отсоса печных газов.

Шахтная печь для обжига известняка работает по следующему технологическому процессу. Определенное по технологическим регламентам количество известняка и твердого топлива (каменного угля) через загрузочное устройство 2 подают с помощью скипового подъемника в шахту 1 печи. Подогретый в калорифере воздух на горение поступает в шахтную печь от вентилятора 11 через короб 5. Из короба 4 отсоса печных

газов через регулирующий клапан 28 и трубопровод 8 печные газы с температурой, воспринимаемой датчиком 18, отводятся газовым насосом 7 через клапан 16 к коллектору печных газов 10.

Датчик 27 разрежения, подключенный к коробу 4 отсоса печных газов, измеряет в коробе 4 и верхней части печи разрежение и передает сигнал в блок управления 13. По сигналам от блока управления 13 регулирующий клапан 28, установленный на трубопроводе 8, изменяет разрежение в коробе 4 отсоса печных газов и в верхней части шахтной печи 1 для обжига известняка.

На рисунке 2 приведена схема модели шахтной печи для обжига известняка как объекта автоматического управления по разрежению печных газов. Она содержит пневматическое сопротивление 3, эквивалентное сопротивлениям 4, расположенное на входе воздуха в шахтную печь, емкости 5 (зон подготовки и обжига известняка в шахтной печи) и регулирующего клапана 6 (28 на рисунке 1), расположенного на выходе печных газов из шахтной печи по разрежению. Сопротивления 4 моделируют форсунки, пропускающие воздух в печь через короб 5 (рисунок 1).



**Рис. 2. Схема модели шахтной печи для обжига известняка как объекта автоматического управления по разрежению печных газов**

Для емкости, пневматического сопротивления, расположенного перед емкостью, и регулирующего клапана (рисунок 2) динамический процесс представим в виде

$$V_2 \frac{d\rho}{dt} = G_1 - G_2, \quad (1)$$

где  $V_2$  - объем печных газов в емкости 5, кг/м<sup>3</sup>;  $G_1$  и  $G_2$  - массовый расход печных газов в емкость 5 и из этой емкости, кг/с;  $t$  - время, с.

Для газовых сред известно [2] уравнение  $P/\rho = RT$ . После дифференцирования этого выражения по плотности среды и давлению, оно принимает вид  $dP_2 = RTd\rho$  или  $dP_2/dt = RTd\rho/dt$ . Подставив это выражение в уравнение (1), получим

$$\frac{V_2}{RT} \frac{dP_2}{dt} = G_1 - G_2. \quad (2)$$

Принимаем докритической скоростью печных газов из шахтной печи через клапан 6 (рисунок 2). Для докритического движения газов через регулирующий клапан массовый расход  $G_2$  определяется по выражению [3]

$$G_2 = \mu_2 F_2 K_a \sqrt{\frac{P_2(P_2 - P_3)}{RT}}, \quad (3)$$

где  $\mu_2$  - коэффициент расхода печных газов для клапана;  $F_2$  - площадь сечения клапана, через которое проходят печные газы, м<sup>2</sup>;  $K_a$  - коэффициент, вычисляемый по

формуле из работы [2] по коэффициенту адиабаты;  $P_2, P_3$  - давление печных газов в емкости 5 и после регулирующего клапана 6, Па.

Расход печных газов через сопротивление 4 определим по формуле для расхода газов через щели [4]

$$Q_\phi = \phi \frac{\pi d_\phi^2}{4} \sqrt{\frac{2}{\rho_\rho} (P - P_2)},$$

где  $Q_\phi$  - расход печных газов через сопротивление 4, м<sup>3</sup>/с;  $d_\phi$  - внутренний диаметр сопротивления, м;  $P$  и  $P_2$  - давление печных газов, Па;  $\rho_\rho$  - плотность печных газов, кг/м<sup>3</sup>;  $\phi$  - коэффициент расхода печных газов для пневматического сопротивления.

Учитывая, что массовый расход воздуха  $G_\phi$ , кг/с, и объемный расход  $Q_\phi$ , м<sup>3</sup>/с, взаимосвязаны выражением  $G_\phi = Q_\phi \cdot \rho_\rho$ , тогда

$$G_\phi = \phi \frac{\pi d_\phi^2}{4} \sqrt{2\rho_\rho \cdot (P - P_2)}.$$

Так как воздух проходит через  $n$  параллельно соединенных дросселей 4 (форсунок), тогда массовый расход воздуха в шахтную печь  $G_1$ , м<sup>3</sup>/с

$$G_1 = n \cdot \phi \frac{\pi d_\phi^2}{4} \sqrt{2\rho_\rho \cdot (P - P_2)}$$

$$\text{или} \quad G_1 = \phi \cdot F_2 \cdot \sqrt{2\rho_\rho \cdot (P - P_2)}, \quad (4)$$

где  $F_2 = n \cdot \pi d_\phi^2 / 4$  - площадь проходных сечений параллельно расположенных дросселей (форсунок), через которые проходит воздух в шахтную печь.

Подставив соотношения (3) и (4) в уравнение (2), получим

$$\frac{V_2}{RT} \frac{dP_2}{dt} = \phi \cdot F_1 \cdot \sqrt{2\rho_\rho \cdot (P - P_2)} - \mu_2 F_2 K_a \sqrt{\frac{P_2(P_2 - P_3)}{RT}}. \quad (5)$$

Так как уравнение (5) нелинейное, его обычно линеаризуют. Принимаем переменными величинами в уравнении (5)  $F_1, F_2, P, P_2$  и  $P_3$ , для которых установившиеся значения принимают вид:

$$F_1 \rightarrow F_{10}; F_2 \rightarrow F_{20}; P_2 \rightarrow P_{20}; P \rightarrow P_0; P_3 \rightarrow P_{30}. \quad (6)$$

Если переменные величины выразить через постоянные начальные значения и приращения, тогда:

$$F_1 = F_{10} + \Delta F_1; F_2 = F_{20} + \Delta F_2; P = P_0 + \Delta P; P_2 = P_{20} + \Delta P_2; P_3 = P_{30} + \Delta P_3. \quad (7)$$

Разложим в ряд Тейлора правую часть выражение (5) по переменным первого порядка  $F_1, F_2, P, P_2$  и  $P_3$ , считая его функцией  $M(F_1, F_2, P, P_2, P_3 \dots)$ .

$$\begin{aligned} M(F_1, F_2, P, P_2, P_3) &= M(F_{10}, F_{20}, P_0, P_{20}, P_{30}) + \left( \frac{\partial M}{\partial F_1} \right)_0 \Delta F_1 + \\ &+ \left( \frac{\partial M}{\partial F_2} \right)_0 \Delta F_2 + \left( \frac{\partial M}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial M}{\partial P_2} \right)_0 \Delta P_2 + \left( \frac{\partial M}{\partial P_3} \right)_0 \Delta P_3. \end{aligned} \quad (8)$$

Согласно соотношению (8) формула (5) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{V_2}{RT} \frac{dP_2}{dt} &= \left( \phi \cdot F_1 \cdot \sqrt{2\rho_\rho \cdot (P - P_2)} \right)_0 + \left( \frac{\partial [\phi \cdot F_1 \cdot \sqrt{2\rho_\rho \cdot (P - P_2)}]}{\partial F_1} \right)_0 \Delta F_1 + \\ &+ \left( \frac{\partial [\phi \cdot F_1 \cdot \sqrt{2\rho_\rho \cdot (P - P_2)}]}{\partial P} \right)_0 \Delta P + \left( \frac{\partial [\phi \cdot F_1 \cdot \sqrt{2\rho_\rho \cdot (P - P_2)}]}{\partial P_2} \right)_0 \Delta P_2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left( \mu_2 F_2 K_a \sqrt{\frac{P_2(P_2 - P_3)}{RT}} \right)_0 - \left( \frac{\partial \left[ \mu_2 F_2 K_a \sqrt{\frac{P_2(P_2 - P_3)}{RT}} \right]}{\partial F_2} \right)_0 \Delta F_2 - \\
& - \left( \frac{\partial \left[ \mu_2 F_2 K_a \sqrt{\frac{P_2(P_2 - P_3)}{RT}} \right]}{\partial P_2} \right)_0 \Delta P_2 - \left( \frac{\partial \left[ \mu_2 F_2 K_a \sqrt{\frac{P_2(P_2 - P_3)}{RT}} \right]}{\partial P_3} \right)_0 \Delta P_3. \tag{9}
\end{aligned}$$

В выражении (9) сначала определяются производные, а потом производится подстановка установившихся значений из выражений (6) вместо переменных параметров

$$\begin{aligned}
\frac{V_2}{RT} \frac{dP_2}{dt} &= \phi \cdot F_{10} \cdot \sqrt{2\rho_z \cdot (P_0 - P_{20})} + \phi \cdot \sqrt{2\rho_z \cdot (P_0 - P_{20})} \Delta F_1 + \\
&+ \phi \cdot F_{10} \cdot \frac{\rho_z}{\sqrt{2\rho_z \cdot (P_0 - P_{20})}} \Delta P + \phi \cdot F_{10} \cdot \frac{-\rho_z}{\sqrt{2\rho_z \cdot (P_0 - P_{20})}} \Delta P_2 - \\
&- \mu_2 F_{20} K_a \sqrt{\frac{P_{20}(P_{20} - P_{30})}{RT}} - \mu_2 K_a \sqrt{\frac{P_{20}(P_{20} - P_{30})}{RT}} \Delta F_2 - \\
&- \mu_2 F_{20} K_a \frac{(2P_{20} - P_{30})}{2RT \sqrt{\frac{P_{20}(P_{20} - P_{30})}{RT}}} \Delta P_2 + \mu_2 F_{20} K_a \frac{P_{20}}{2RT \sqrt{\frac{P_{20}(P_{20} - P_{30})}{RT}}} \Delta P_3. \tag{10}
\end{aligned}$$

Рассматривая установившееся движение печных газов из шахтной печи, выражение (5) при значениях соотношений (6) принимает вид

$$\frac{V_2}{RT} \frac{dP_{20}}{dt} = \phi \cdot F_{10} \cdot \sqrt{2\rho_z \cdot (P_0 - P_{20})} - \mu_2 F_{20} K_a \sqrt{\frac{P_{20}(P_{20} - P_{30})}{RT}} = 0. \tag{11}$$

Производная от постоянной величины  $dP_{20}/dt$  равна нулю, а поэтому и выражение (11) равно нулю. Это уравнение характеризует установившийся расход печных газов через составляющие элементы схемы, которая приведена на рисунке 2, а именно

$$G_0 = \phi \cdot F_{10} \cdot \sqrt{2\rho_z \cdot (P_0 - P_{20})} = \mu_2 F_{20} K_a \sqrt{\frac{P_{20}(P_{20} - P_{30})}{RT}}. \tag{12}$$

Если из уравнения (10) вычесть уравнение (11), а затем разделить обе части выражения на установившееся значение расхода  $G_0$ , тогда получим

$$\begin{aligned}
\frac{V_2}{G_0 RT} \frac{dP_2}{dt} &= \frac{\Delta F_1}{F_{10}} + \frac{1}{2 \cdot (P_0 - P_{20})} \Delta P - \frac{1}{2 \cdot (P_0 - P_{20})} \Delta P_2 - \frac{\Delta F_2}{F_{20}} - \\
&- \frac{(2P_{20} - P_{30})}{2P_{20}(P_{20} - P_{30})} \Delta P_2 + \frac{P_{20}}{2P_{20}(P_{20} - P_{30})} \Delta P_3. \tag{13}
\end{aligned}$$

После упрощения выражение (13) принимает вид

$$\begin{aligned}
\frac{V_2}{G_0 RT} \frac{dP_2}{dt} &= \frac{\Delta F_1}{F_{10}} + \frac{1}{2 \cdot (P_0 - P_{20})} \Delta P - \frac{\Delta F_2}{F_{20}} - \\
&- \frac{1}{2} \left[ \frac{P_{20}(P_0 - P_{20}) + P_{30}P_0}{(P_0 - P_{20})P_{20}(P_{20} - P_{30})} \right] \Delta P_2 + \frac{P_{20}}{2P_{20}(P_{20} - P_{30})} \Delta P_3 \\
\text{или} \quad \frac{V_2}{G_0 RT} \frac{dP_2}{dt} &+ \frac{P_{20}(P_0 - P_{20}) + P_{30}P_0}{2(P_0 - P_{20})P_{20}(P_{20} - P_{30})} \Delta P_2 = \frac{\Delta F_1}{F_{10}} - \frac{\Delta F_2}{F_{20}} +
\end{aligned}$$

$$+ \frac{1}{2 \cdot (P_0 - P_{20})} \Delta P + \frac{P_{20}}{2P_{20}(P_{20} - P_{30})} \Delta P_3. \quad (14)$$

Запишем уравнение (14) так, чтобы в нём были отношения  $\Delta P/P_0$ ;  $\Delta P_2/P_{20}$  и  $\Delta P_3/P_{30}$ .

$$\frac{V_2 \cdot P_{20}}{G_0 RT} \frac{d\left(\frac{\Delta P_2}{P_{20}}\right)}{dt} + \frac{P_{20}(P_0 - P_{20}) + P_{30}P_0}{2(P_0 - P_{20})(P_{20} - P_{30})} \frac{\Delta P_2}{P_{20}} = \frac{\Delta F_1}{F_{10}} - \frac{\Delta F_2}{F_{20}} + \frac{P_0}{2 \cdot (P_0 - P_{20})} \frac{\Delta P}{P_0} + \frac{P_{20}P_{30}}{2P_{20}(P_{20} - P_{30})} \frac{\Delta P_3}{P_{30}}. \quad (15)$$

Вводим обозначения:  $\frac{V_2 P_{20}}{G_0 RT} = T_b$ ;  $\frac{\Delta P}{P_0} = x(t)$ ;  $\frac{\Delta F_1}{F_{10}} = b(t)$ ;

$$\frac{\Delta P_2}{P_{20}} = y(t); \quad \frac{\Delta F_2}{F_{20}} = m(t); \quad \frac{\Delta P_3}{P_{30}} = n(t); \quad \frac{P_{20}(P_0 - P_{20}) + P_{30}P_0}{2(P_0 - P_{20})(P_{20} - P_{30})} = \kappa_1;$$

$$\frac{P_0}{2 \cdot (P_0 - P_{20})} = \kappa_2; \quad \frac{P_{20}P_{30}}{2P_{20}(P_{20} - P_{30})} = \kappa_3. \quad (16)$$

Уравнение (15) после подстановки соотношений (16) принимает вид

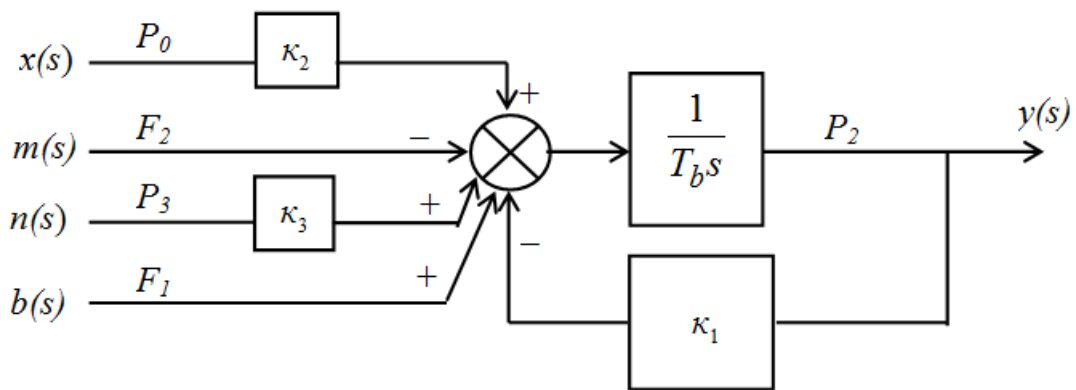
$$T_b \frac{dy}{dt} + k_4 y(t) = b(t) - m(t) + k_5 x(t) + k_6 n(t). \quad (17)$$

Если дифференциальное уравнение (17) преобразовать по Лапласу, тогда

$$(T_b s + k_1) y(s) = b(s) - m(s) + k_2 x(s) + k_3 n(s), \quad (18)$$

где  $s$ -оператор Лапласа.

Структурная схема модели шахтной печи как объекта автоматического управления по разрежению печных газов, состоящая из обобщенного пневматического сопротивления, расположенного на входе воздуха в шахтную печь, и регулирующего клапана, расположенного на выходе печных газов из шахтной печи, построена по выражению (18) и приведена на рисунке 3.



**Рис. 3. Структурная схема модели шахтной печи как объекта автоматического управления по разрежению печных газов**

По каждому входному параметру относительно выходной величины объекта автоматического управления по структурной схеме (рисунок 3) можно определить передаточную функцию. Например, для разрежения  $P_2$  в шахтной печи относительно площади проходного сечения регулирующего клапана, который изменяет отвод печных газов из шахтной печи в атмосферу, передаточная функция имеет вид  $W_{P_2/F_1}(s) = y(s)/m(s) = 1/(T_b s + k_1)$ .

Таким образом, разработано математическое описание шахтной печи для обжига известняка как объекта автоматического управления по разрежению печных газов. Составленное дифференциальное уравнение устанавливает взаимосвязь между разрежением печных газов в шахтной печи для обжига известняка и массовым расходом и давлением воздуха, поступающего в шахтную печь на горение, расходом и давлением печных газов, выходящих через регулирующий клапан из шахтной печи. Дифференциальное уравнение преобразовано к операторному виду и определены типовые динамические звенья. На основе выделенных типовых динамических звеньев составлена структурная схема шахтной печи для обжига известняка как объекта автоматического управления по разрежению печных газов.

### Литература

1. Патент РФ № 2431096, кл. F27B1/00. Шахтная печь для обжига сыпучего материала. Авторы изобретения: Емельянов С. Г., Кобелев Н. С., Алябьева Т. В., Овчаренко О. А, Журавлёв А. Ю., Дюмин А. С. Приоритет от 23.11. 2009. Оpubл. 10.10.2011. Бюл. №11.
2. Емцев Б.Т. Техническая гидромеханика: учебник для вузов. М-во высш. и средн. образования СССР. – Изд. 2-е перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987.- 440 с.
3. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем: учеб. пособие для вузов. Мин-во высш. и средн. специал. образования СССР. – Изд. 4-е перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1978. -736 с.
4. Нагорный В.С., Денисов А. А. Устройства автоматики гидро- и пневмосистем. – М. : Высшая школа, 1991.–367 с.