УДК 006.72:621

Титова Т.А.[1]**, Монахова А.А.**[2] ©
[1]К.т.н., доцент, кафедра «Метрология и взаимозаменяемость»;
[2]ассистент, Московский высший технический университет имени Н.Э.Баумана

ПРЕДПОЧТИТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА – ОСНОВА СТАНДАРТИЗАЦИИ

Аннотация

Статья содержит краткое знакомство с историей появления и использования предпочтительных чисел от Фибоначчи до Шарля Ренара и до стандартов ГОСТ 8032 – 84, ГОСТ 6636 – 69. Сделан краткий обзор применения предпочтительных чисел в различных отраслях промышленности: в машиностроении, в радиоэлектронике и радиотехнике. Рассмотрен конкретный пример расчёта ряда значений размеров для изделия. Предложено использовать предпочтительные числа, установленные ГОСТ 8932 – 84 в пищевой промышленности.

Ключевые слова: предпочтительные числа, ряды Ренара и Фибоначчи, золотое сечение, разные отрасли промышленности, рекомендации ИСО и ГОСТ, история чисел.

В настоящее время наблюдается тенденция к созданию объединенных региональных рынков.

Наибольшее развитие получила интеграция в рамках Европейского экономического сообщества (ЕЭС), которое сформировало единый внутренний рынок к 1 января 1993 г. Такой рынок обслуживает в общей сложности 300 млн. жителей. В устранении национальных барьеров в первую очередь принадлежит европейской стандартизации в области машиностроения. За последние годы специалисты и предприниматели сталкиваются с большим количеством неувязок, различием российских, европейских и международных требований к качеству продукции, её маркировке, упаковке, методам контроля и испытаний, оформлению деловой документации и т.д. Поэтому системный подход к месту и роли стандартизации в общественном производстве и управлении приводит к упорядочению и сокращению номенклатуры изделий, процессов, явлений, находящихся в связи.

Для повышения уровня стандартизации изделий, обеспечения их качества и конкурентоспособности, а также эффективности производства, следует применить параметрические и размерные ряды на основе рядов предпочтительных чисел.

Предпочтительные числа — числа, которые рекомендуется применять преимущественно перед всеми другими числами [4, с.45].

Предпочтительным числам свойственны определенные математические закономерности.

Древняя история богата выдающимися математиками, такими как Евклид, Архимед, Герон и др. Иначе обстоит дело с математиками средневековья. Математика в эту эпоху развивалась медленно. Тем больший интерес представляет для нас сочинение «Liber abacci» («Книга об абаке») – объёмный труд знаменитого итальянского математика Леонардо из Пизы (1202 г.), которого знают больше по имени Фибоначчи [1, с.7]. Выросшая из знаменитой “задачи о кроликах”, имеющая почти восьмисотлетнюю историю, теория чисел Фибоначчи актуальна и сейчас [1, с.8].

Числа Фибоначчи представляют ряд: 0; 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89 и т. д., в котором каждый последующий член равен сумме двух предыдущих, т. е.

$$U_n = U_{n-1} + U_{n-2}.$$

Весь ряд называется рядом Фибоначчи, а члены ее — числами Фибоначчи. Такие последовательности, в которых каждый член определяется как некоторая, функция предыдущих, встречаются в математике и называются рекуррентными или возвратными.

Если разделить каждое последовательное число ряда Фибоначчи, начиная с шестого, на предыдущее, то получим постоянное число, равное 1,6, т. е. числа Фибоначчи представляют собой геометрическую прогрессию. Числа Фибоначчи широко используются в архитектуре, геометрии, теории поиска и др.

Отечественное машиностроение является отраслью, которая одна из первых в мире стала применять закономерные ряды предпочтительных чисел. Академик А.В. Гадолин (1828 – 1892) разработал систему рационального построения кинематических соотношений в металлорежущих станках, основанную на использовании закономерных рядов предпочтительных чисел [3, с.25].

В 1932 году Международная Федерация Национальной Ассоциации по стандартизации (ИСА, позже ИСО) организовала Технический комитет ИСО ТК 32 «Предпочтительные числа».

Рассмотрим ряд предпочтительных чисел, основанных на арифметической и геометрической прогрессиях, которые чаще применяются.

В *арифметической* прогрессии разность двух соседних членов остается постоянной и называется знаменателем прогрессии (рис.1).

Каждый член ряда этой прогрессии a_n вычисляется по формуле:

$$a_n = a_1 + d(n-1),$$

где a_1 — первый член прогрессии; d — знаменатель прогрессии; n— номер искомого числа.

На ранних стадиях разработки документов применяли арифметическую прогрессию: стандарты на диаметры подшипников качения, стандарты на размеры обуви, одежды и др.

Часто применяют *ступенчато-арифметическую* прогрессию, в которой разность значений является постоянной не для всего ряда, а только для определенной его части (рис.1).

При этом для малых типоразмеров ряда d выбирается меньшей, а для больших типоразмеров — большей. Примером такого ряда является достоинство денежных единиц (руб.):

1; 2;	5; 10;	50; 100;	500; 1000;
d= 1	d= 5	d= 50	d= 500

Ступенчато-арифметическая прогрессия находит применение в стандартах на диаметры резьб, размеры болтов, винтов, шпилек и других деталей машин.

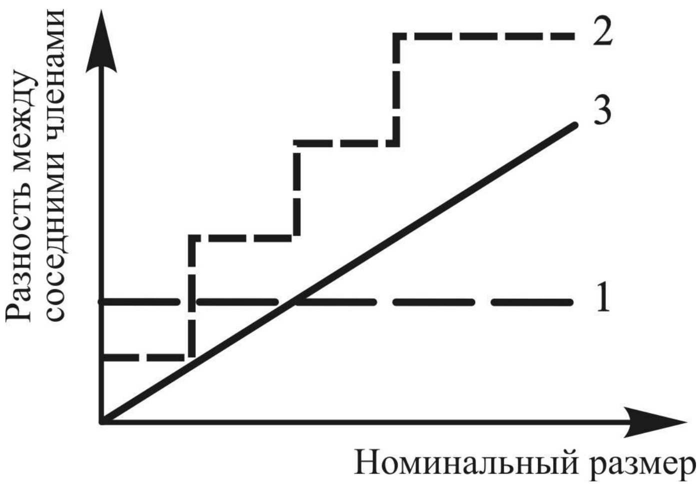

Рис 1. **Сравнение рядов, построенных по разным прогрессиям**

1 — ряд, построенный по арифметической прогрессии;

2 — ряд, построенный по ступенчато-арифметической прогрессии;

3 — ряд, построенный по геометрической прогрессии.

На основе рядов ступенчато-арифметической прогрессии построены стандарты в ГОСТ 8724 – 2002 «Резьба метрическая диаметры и шаги для диаметров 1 – 600 мм»; диаметры и шаги в ГОСТ 9563 – 60 «Колеса зубчатые. Модули» и др.

Более удобными являются ряды предпочтительных чисел, построенные на основе *геометрической прогрессии*, т. е. такой последовательности чисел, в которой отношение последующего к предыдущему члену (знаменатель прогрессии) остается постоянным (рис.1).

Любой член геометрической прогрессии вычисляется по формуле:

$$a_n = a_1 * q^{n-1},$$

где a_1 — первый член прогрессии; q — знаменатель прогрессии; n — номер искомого члена прогрессии.

Геометрические прогрессии позволяют согласовать между собой параметры, связанные не только линейной, но также квадратичной, кубичной и другими зависимостями.

Историю научной разработки рядов предпочтительных чисел для производственных целей связывают с именем офицера французского инженерного корпуса Шарлем Ренаром, который в 1877 – 1879 гг. разработал спецификацию на канаты для воздушных шаров. Чтобы эти канаты можно было изготавливать заранее независимо от последующего применения, необходимо было выбрать такое соотношение их размеров, которое при небольшом их числе обеспечило бы все основные потребности [4, с.36].

Используя преимущества геометрической прогрессии, Ренар взял за основу канат, имеющий массу a в граммах на 1 метр длины, и построил ряд, приняв знаменатель прогрессии $q = \sqrt[5]{10}$.

Получается следующий числовой ряд:

$1a$; $\sqrt[5]{10}\,a$; $(\sqrt[5]{10})^2 a$; $(\sqrt[5]{10})^3 a$; $(\sqrt[5]{10})^4 a$; $(\sqrt[5]{10})^5 a$,

что при вычислении с точностью до пятой значащей цифры составляет:

$1a$; $1{,}5849a$; $2{,}5119a$; $3{,}9811a$; $6{,}3096a$; $10a$.

Значения этого ряда были заменены округленными величинами, практически более удобными. При этом масса a определена числом 10^k, где k — любое целое положительное или отрицательное число, а также нуль. В последнем случае, при k равном нулю получается ряд Ренара $R5$: 1; 1,6; 2,5; 4; 6,3; 10, аналогично которому впоследствии были образованы ряды $R10$, $R20$ и $R40$ со знаменателями $\sqrt[10]{10}$, $\sqrt[20]{10}$ и $\sqrt[40]{10}$ $\sqrt[20]{10}$и$\sqrt[40]{10}$ соответственно.

В настоящее время в Российской Федерации действует ГОСТ 8032 – 84 «Предпочтительные числа и ряды предпочтительных чисел», который устанавливает четыре основных ряда предпочтительных чисел и два дополнительных (табл. 1). Применение дополнительных рядов допускается только в отдельных, технически обоснованных случаях [5, с. 1, 95].

Принято называть ряды с большим знаменателем и меньшим числом членов разряженными, а ряды с меньшим знаменателем и большим числом членов густыми. В наиболее разряженном ряде $R5$ имеется всего 5 членов: 1; 1,6; 2,5; 4; 6,3. Далее величины повторяются, но только в десять раз больше: 10; 16; 25; 40; 63 или в 10 раз меньше: 0,1; 0,16; 0,25; 0,4; 0,63. Ряд $R10$ будет выглядеть следующим образом: 1; 1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,15; 4; 5; 6,3; 8, т. е. десять членов.

Таблица 1

Основные и дополнительные ряды предпочтительных чисел

Ряды	Условное обозначение ряда	Знаменатель прогрессии	Количество членов ряда в десятичном интервале ($1 < a \leq 10$)

Основные	$R5$	$\sqrt[5]{10} \approx 1{,}5849 \approx 1{,}6$	5
	$R10$	$\sqrt[10]{10} \approx ,2589 \approx 1{,}25$	10
	$R20$	$\sqrt[20]{10} \approx 1{,}12$	20
	$R40$	$\sqrt[40]{10} \approx 1{,}0503 \approx 1{,}06$	40
Дополнительные	$R80$	$\sqrt[80]{10} \approx 1{,}0292 \approx 1{,}03$	80
	$R160$	$\sqrt[160]{10} \approx 1{,}015 \approx 1{,}02$	160

Значения основных стандартных рядов предпочтительных чисел по ГОСТ 8032 – 84 приведены в табл. 2. Стандартные ряды не ограничены никакими пределами. Ряды с ограниченными пределами обозначаются следующим образом:

$R40$ (15…190) — основной ряд $R40$, ограниченный членом 15 в качестве нижнего предела и членом 190 в качестве верхнего предела;

$R20$ (22,4…) — основной ряд $R20$, ограниченный членом 22,4 в качестве нижнего предела;

$R10$ (…50) — основной ряд $R10$, ограниченный членом 50, в качестве верхнего предела;

$R5$ (…40…) — основной ряд $R5$ с обязательным включением в него члена 40, но не ограниченный верхним и нижним пределами.

Для рационального сокращения рядов предпочтительных чисел применяются выборочные ряды, которые получаются отбором каждого 2, 3, 4, …, n-ого члена основного и дополнительного ряда. В обозначении выборочного ряда после наклонной черты указывается порядковый номер систематически отбираемого из ряда члена.

$R10/3$ (1,25…) – выборочный ряд, образованный отбором каждого 3-го члена основного ряда $R10$ и ограниченный членом 1,25 в качестве нижнего предела:

$R10$: 1; 1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,15; 4; 5; 6,3; 8; 10…

$R10/3$ (1,25…): 1,25; 2,5; 5; 10…

$R40/5$ (…60) — выборочный ряд, полученный путем отбора каждого 5-ого члена основного ряда $R40$ и ограниченный членом 60 в качестве верхнего предела.

В тех случаях, когда применение основных и дополнительных рядов предпочтительных чисел невозможно или нецелесообразно, могут быть использованы *производные* или *специальные* ряды, правила, построения которых содержатся в ГОСТ 8032 – 84.

Значительную долю параметров, подвергаемых стандартизации, составляют линейные размеры. Ряды нормальных линейных размеров установлены на основе рядов предпочтительных чисел с округлением некоторых чисел и регламентированы ГОСТ 6636 – 69 «Нормальные линейные размеры». В этом стандарте приведены ряды нормальных линейных размеров (диаметров, длин, высот и т. п.), предназначенные для выбора номинальных размеров изделий промышленности (прежде всего машиностроения).

Ряды параметров и размеров, построенные на основе ГОСТ 6636 – 69 и ГОСТ 8032 – 84, позволяют увязать между собой размеры конструктивно самостоятельных, но взаимосвязанных в процессе производства изделий, например: размеры столов металлорежущих станков и габариты приспособлений и принадлежностей, устанавливаемых на этих столах; ряды мощностей электродвигателей и силовые характеристики агрегатов и устройств, в которые они входят, емкость ковшей экскаваторов и емкость кузовов грузовиков, которые должны быть равны или кратны друг другу, и т. п.

Следует отметить еще одно важное преимущество предпочтительных чисел. Прочность и упругие характеристики деталей машин пропорциональны площадям, моментам сопротивления и моментам инерции поперечных сечений, которые в свою очередь являются степенными функциями линейных размеров. Следовательно, если линейные размеры будут назначены на основе ряда предпочтительных чисел, то и эти характеристики будут располагаться по тому же ряду предпочтительных чисел.

Среди предпочтительных чисел имеется число 3,15, примерно равное числу π=3,14. Следовательно, длины окружностей и площади кругов, диаметры (радиусы) которых являются предпочтительными числами, могут быть также выражены предпочтительными числами. То же самое можно сказать о скоростях резания, окружных скоростях, размерах цилиндрических и сферических поверхностей и т.д.

Доказано, например, что для получения на фрезерном станке постоянной окружной скорости резания фрезой необходимо, чтобы размерный ряд диаметров фрез составлял геометрическую прогрессию со знаменателем, равным знаменателю ряда числа оборотов станка [4, с.26].

В науке и технике находят применение другие, кроме указанных, ряды характеристик, определяемые математическими константами, наборами физических и химических величин.

Основаниями таких рядов являются отношение диагонали квадрата к его стороне $\sqrt{2}$ = 1,414, величина золотого сечения $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ = 0,618, значение атомных весов и др. Например, ряды амплитуд и импульсных напряжений, применяемых в приборостроении, установленные в ГОСТ 26.013 – 81.

В радиотехнике и радиоэлектронике применяют предпочтительные числа, построенные по рядам *E*, установленные Международной электрической комиссией МЭК (IEC), ряды *E*3 *E*6; *E*12; *E*24; *E*56 и *E*192. Наиболее распространены первые четыре ряда: *E*3; *E*6; *E*12; *E*24. Они построены не базе геометрической прогрессии со следующим знаменателем:

Ряд – *E*3 $\varphi=\sqrt[3]{10}=2,2$; Ряд – *E*6 $\varphi=\sqrt[6]{10}=1,5$;

Ряд – *E*12 $\varphi=\sqrt[12]{10}=1,2$; Ряд – *E*23 $\varphi=\sqrt[24]{10}=1,1$;

При разработке изделий современной техники, проведении научных исследований, могут быть использованы специальные ряды чисел. Так, в вычислительной технике применяется двоичный ряд чисел, в котором *i*-й член равен $f_i = 2^i$.

Если придерживаться строго обоснованного ряда предпочтительных чисел, то параметры и размеры отдельного изделия или группы изделий наилучшим образом будут согласованы со всеми соответствующими видами продукции: электродвигателей с технологическим оборудованием, предохранительных клапанов с паровыми котлами, комплектующих изделий с присоединительными и посадочными местами в машине и т. п.

Оптимальное число членов ряда (число типоразмеров) определяют на основе технико-экономического анализа и из условия обеспечения необходимой программы выпуска продукции при наименьших затратах в сфере их производства и эксплуатации.

Решение задачи по методу технического обоснования рассмотрим на следующем примере [5, с.238].

Ряд номинальных тяговых усилий протяжных станков должен быть взаимоувязан с рядом значений диаметров гидроцилиндров *D*. Зависимость между этими параметрами описывается выражением

$$P = \frac{\pi p}{4} D^2$$

где P — тяговое усилие; p — давление насосного элемента; D — диаметр гидравлического цилиндра.

Пусть ряд на тяговые усилия задан и включает следующие члены:

5; 10; 20; 40; 80; 160; 320; 640

Для этого знаменателя прогрессии $q_p = 2$ (производный ряд *R*10/3). Тогда для i и (i +1)-го членов этого ряда можно написать

$$P_{i+1}=P_i q_p=2P_i; \text{ или } P_i = \frac{\pi p}{4} D_i^2, \quad P_{i+1}==\frac{\pi p}{4} D_{i+1}^2 = \frac{\pi p}{4}(D_i q_D)^2,$$

где q_D — искомый знаменатель прогрессии для ряда диаметров.

Разделив P_{i+1} на P_i, получим:

$$\frac{P_{i+1}}{P_i} = \frac{D_{i+1}^2}{D_i^2} = q_p = q_D^2.$$

При $q_p = 2$ получим: $q_D = \sqrt{q_p} = \sqrt{2} = 1{,}41.$

Этот показатель имеет производный ряд *R*20/3. Ряд значений для *D*, будет:

45; 65; 90; 125; 180; 250; 360; 500.

Сложность проблемы выбора рядов заключается в том, что интересы потребителя и изготовителя обычно противоположны. Для потребителей выгоден более густой ряд, позволяющий более рационально использовать применяемое оборудование, материалы, электроэнергию, производственные площади. Изготовителям же целесообразно иметь более разряженный ряд, что позволяет уменьшить затраты на освоение производства, сократить номенклатуру оснастки, организовать более высокопроизводительное и рациональное производство.

Универсальность рядов предпочтительных чисел, установленных ГОСТ 8032, позволяет широко использовать их во всех отраслях, а не только машиностроения, но и, по нашему мнению, в пищевой промышленности, в частности при маркировке массовой доли жирности молока [2, с.126].

Например, массовая доля жира молока может быть, судя по этикетке: 0; 0,5; 1; 1,2; 1,5; 1.8; 2; 2,5; 3,2; 3,5; 4 далее (4-6)%, то есть, в информации маркировки нет системы. Мы предлагаем использовать в этом случае систему маркировки в соответствии с ГОСТ 8032 - 84. Тоже касается и молочной продукции: сыра, сырков, йогуртов и т.д. Необоснованные также стандарты и ТУ на рыбу и другие продукты питания.

Так как предпочтительные числа и их ряды одинаковы во всём мире, то предлагается ввести ограничения для маркировки не только для молочной продукции, но и в других отраслях пищевой промышленности.

Таким образом, применение рядов предпочтительных чисел позволяет упорядочить перечень (номенклатуру) различных объектов во многих отраслях народного хозяйства, может повысить качество и конкурентоспособность продукции, работ и услуг, как на внутреннем, так и на международном рынках.

Литература

1. Воробьёв Н.Н. Числа Фибоначчи. Москва. Наука, 1981. 144с.
2. Крылова Г.Д. Основы стандартизации, сертификации, метрологии. Учебник. Москва. Изд-во ЮНИТИ. 1999. 711с.
3. Метрология, стандартизация, сертификация. Под ред. М.И. Киселёва. Труды кафедры «Метрология и взаимозаменяемость». Москва. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 141с.
4. Титова Т.А., Горленко О.А., Стешкова И.А. Стандартизация в технике. Учебное пособие для вузов. Москва – Брянск, 2003. 212с.
5. Основы стандартизации. Учебное пособие для вузов./ Под редакцией В. В. Ткаченко. Москва. Изд-во стандартов, 1986. 327с.